

MATEMATIKA

MAMZD22C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

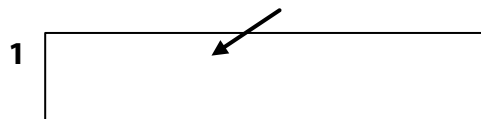
- **Didaktický test** obsahuje **25 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů. Nelze použít programovatelný kalkulačtor.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–14) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 15–25) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** písíci propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

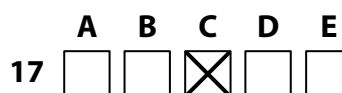
- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

1 Je dán interval A a množina B:

$$A = \langle -5; 5 \rangle$$

$$B = \{x \in \mathbf{R}; -8 \leq x < 3\}$$

Určete $A \cap B$.

1 bod

2 Pro $n \in \mathbf{N}$ upravte na mocninu o základu 4.

$$4 \cdot \frac{16^{3n}}{4^{2n+1}} =$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Pouze pětina vyprodukovaných PET lahví se **nevytřídí**.
Z vytříděných PET lahví se 70 % recykluje.
(Nevytříděné lahve se nerecyklují.)

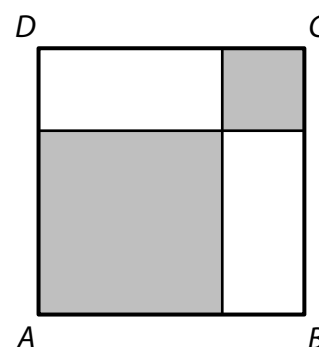
(CZVV)

1 bod

3 Vypočtěte, kolik procent vyprodukovaných PET lahví se recykluje.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 4

Čtverec $ABCD$ je dvěma úsečkami rozdělen na dva menší tmavé čtverce a dva shodné bílé obdélníky.
Obvod jednoho bílého obdélníku je 22 cm.



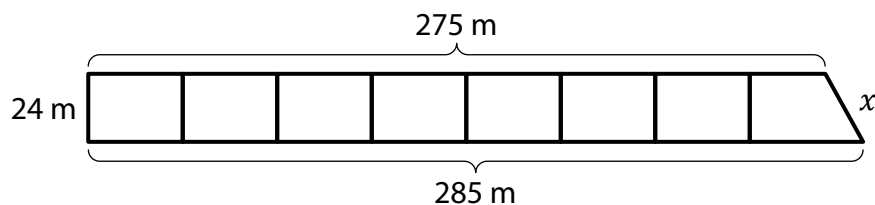
(CZVV)

1 bod

4 Vypočtěte v cm^2 obsah čtverce $ABCD$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Pozemek má tvar pravoúhlého lichoběžníku s výškou 24 m a základnami délek 285 m a 275 m. Pozemek je rozdělen na **8 parcel** o stejné výměře. Prvních sedm parcel tvoří shodné obdélníky, poslední parcela má tvar pravoúhlého lichoběžníku.



(CZVV)

max. 3 body

5 Vypočtete

- 5.1 v m^2 výměru jedné parcely,
- 5.2 v m chybějící délku x strany pozemku,
- 5.3 v m obvod **poslední** parcely.

max. 2 body

6 Pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$ zjednodušte:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2 - 3x}\right) : \frac{1}{x^2 - 9} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 2 body

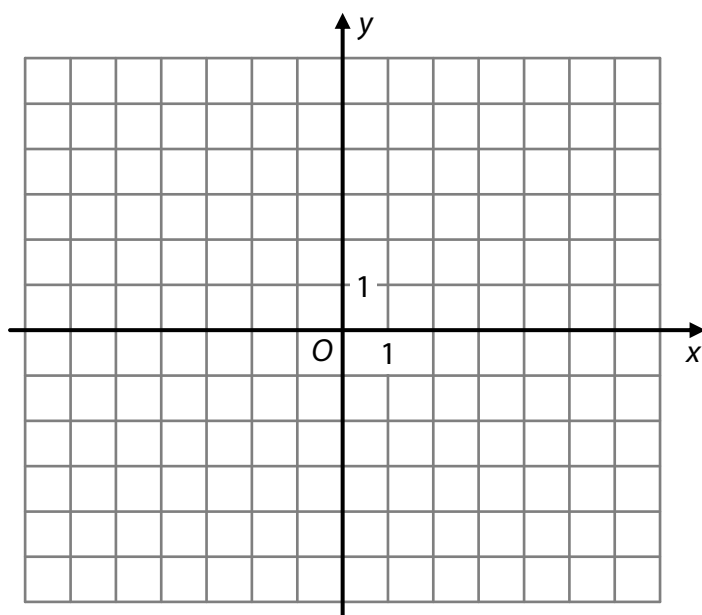
7 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{x-2}{x+2} \cdot \frac{3}{x} + \frac{16}{x^2+2x} = \frac{x}{x+2}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Funkce $f: y = \frac{3}{x-1}$ je definována pro všechna přípustná $x \in \mathbf{R}$.



(CZVV)

max. 2 body

8

8.1 Určete obě souřadnice průsečíku $P[p_1; p_2]$ grafu funkce f se souřadnicovou osou y .

8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f .
Na grafu funkce vyznačte alespoň tři mřížové body.

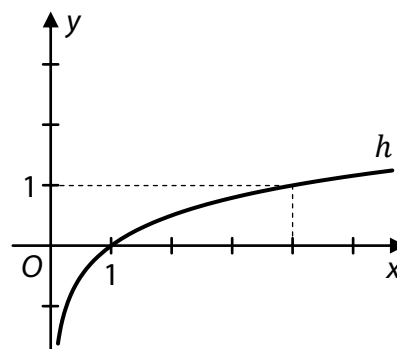
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

- 9 Funkce $g: y = x(x - 36)$ je definována pro všechna $x \in \mathbf{R}$.
Vrcholem grafu funkce g je bod $V[v_1; v_2]$.

Určete první souřadnici v_1 vrcholu V .

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestaven graf logaritmické funkce $h: y = \log_a x$, jejímž definičním oborem je interval $(0; +\infty)$.



(CZVV)

max. 2 body

10 Určete

- 10.1 základ a logaritmické funkce h ,
10.2 hodnotu proměnné x , pro kterou $h(x) = 3$.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 11

Pás obsahuje devět po sobě jdoucích číslic od 1 do 9:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Zakrytím tří číslic vytvoříme šestimístné číslo, např.:

345 678

		3	4	5	6	7	8	
--	--	---	---	---	---	---	---	--

134 679

1		3	4		6	7		9
---	--	---	---	--	---	---	--	---

156 789

1				5	6	7	8	9
---	--	--	--	---	---	---	---	---

(CZVV)

max. 2 body

11 Vypočtěte,

- 11.1 kolik různých šestimístných čísel lze takto vytvořit,
- 11.2 kolik z těchto šestimístných čísel má na místě desítek číslici 7.

max. 2 body

12 V aritmetické posloupnosti s diferencí $d = 15$ je šedesátý člen $a_{60} = 340$.

Určete

- 12.1 první člen a_1 ,
- 12.2 pořadí k nejmenšího kladného členu posloupnosti ($a_k > 0$).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Robůtek se pohybuje po spirále. Nejkratší dobu stráví na prvním oblouku spirály. Časy strávené na dalších obloucích se postupně prodlužují. Rozdíl časů strávených na kterýchkoli dvou po sobě jdoucích obloucích je konstantní.

První dva oblouky překoná robůtek za 32 sekund, samotný čtvrtý oblouk také za 32 sekund.

(CZVV)

max. 2 body

13 Vypočtete čas, který robůtek stráví na pátém oblouku.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Jedna korunová mince váží 3,6 gramu a jedna pětikorunová mince váží 4,8 gramu.
V kasičce jsou pouze korunové a pětikorunové mince. Dohromady mají hodnotu 81 korun
a váží 120 gramů.

(CZV)

max. 3 body

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtěte celkový počet mincí
v kasičce.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice,
resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

max. 3 body

- 15 K je přirozené číslo ($K \in \mathbf{N}$),
 M je o 4 větší než K ,
 P je aritmetický průměr K a M .

**Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A),
či nikoli (N).**

- | | A | N |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 15.1 Pro každé $K \in \mathbf{N}$ je číslo M sudé. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.2 Pro každé $K \in \mathbf{N}$ je součet $K + M$ dvakrát větší než P . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.3 Pro každé $K \in \mathbf{N}$ je součet $K + M$ větší než $2P$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Letadlem do Bruselu cestovaly pouze dospělé osoby. Mezi cestujícími bylo o třetinu více žen než mužů. Každý cestující měl pouze jedno zavazadlo.

Zavazadla všech cestujících byla zvážena: aritmetický průměr hmotností zavazadel žen byl 18,30 kg a zavazadel mužů 14,80 kg.

(CZVV)

2 body

- 16 **Jaký byl aritmetický průměr hmotností zavazadel všech cestujících v letadle?**

- A) 16,30 kg
- B) 16,55 kg
- C) 16,80 kg
- D) 16,90 kg
- E) jiná hmotnost

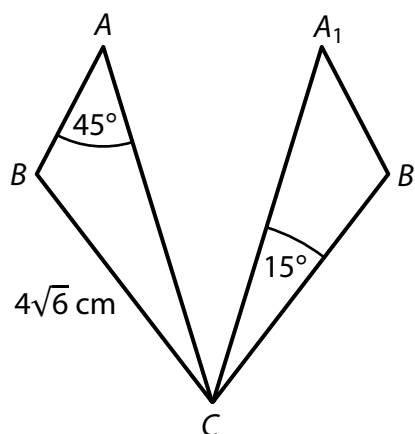
17 Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru \mathbb{R} prázdná množina?

- A) $\frac{15 \cdot x}{15^2 \cdot x^2} < 0$
 B) $\frac{x - 15^2}{15^2 - x} < 0$
 C) $(x + 15)^2 \leq 0$
 D) $x^2 + (-15)^2 \leq 0$
 E) $x - 15^2 < x + 15^2$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Obrazem trojúhelníku ABC v osové souměrnosti je trojúhelník A_1B_1C .

Platí: $|BC| = 4\sqrt{6}$ cm, $|\sphericalangle BAC| = 45^\circ$, $|\sphericalangle A_1CB_1| = 15^\circ$



(CZVV)

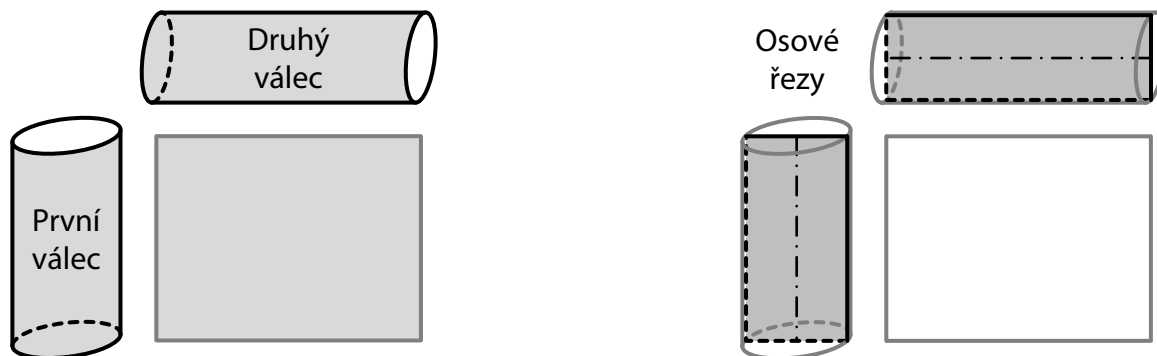
2 body

18 Jaká je délka strany A_1C ?

- A) $4\sqrt{3}$ cm
 B) 10 cm
 C) 12 cm
 D) $8\sqrt{3}$ cm
 E) jiná délka

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOHÁM 19–20

Tentýž obdélník je rozvinutým pláštěm prvního i druhého rotačního válce.
Délky sousedních stran obdélníku jsou v poměru 5 : 4. Výška prvního válce se shoduje s kratší stranou obdélníku, výška druhého válce s delší stranou obdélníku.



(CZVV)

2 body

19 V jakém poměru je objem prvního válce ku objemu druhého válce?

- A) 1 : 1
- B) 5 : 4
- C) 25 : 16
- D) 125 : 64
- E) v jiném poměru

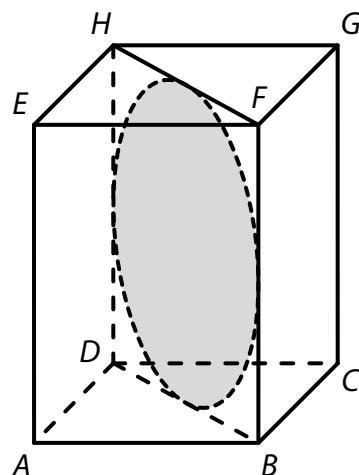
2 body

20 V jakém poměru je obsah osového řezu prvního válce ku obsahu osového řezu druhého válce?

- A) 1 : 1
- B) $\sqrt{5} : 2$
- C) 5 : 4
- D) 25 : 16
- E) v jiném poměru

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Úhlopříčným řezu $DBFH$ pravidelného čtyřbokého hranolu $ABCDEFGH$ je vepsán kruh o průměru 8 cm.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je objem hranolu $ABCDEFGH$?

- A) menší než 256 cm^3
- B) 256 cm^3
- C) 384 cm^3
- D) 512 cm^3
- E) větší než 512 cm^3

2 body

22 Pro $x \in \langle \pi; 2\pi \rangle$ platí:

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

Jaká je hodnota $\text{tg } x$?

- A) hodnota neexistuje
- B) $-\sqrt{3}$
- C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- E) $\sqrt{3}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

V balíčku je 10 karet, z nichž právě 4 karty jsou esa.

Z balíčku náhodně vybereme 5 karet.

(CZVV)

2 body

23 Jaká je pravděpodobnost, že mezi vybranými pěti kartami budou právě 3 esa?

A) $\frac{1}{42}$

B) $\frac{2}{21}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{5}{21}$

E) jiná hodnota pravděpodobnosti

2 body

24 V **geometrické** posloupnosti je třetí člen $a_3 = 2$ a čtvrtý člen je o 3 menší než třetí člen.

Jaký je součet prvních tří členů uvedené geometrické posloupnosti ($a_1 + a_2 + a_3$)?

A) -3

B) 6

C) 15

D) 26

E) jiný součet

max. 4 body

25 Ke každému bodu A (25.1–25.2) přiřadte interval (A–F), v němž leží hodnota jeho chybějící souřadnice a_1 .

25.1 Jsou dány body $A[a_1; 4]$ a $B[7; -2]$. _____
Střed S úsečky AB má obě souřadnice stejné.

25.2 Jsou dány body $A[a_1; 0]$, $B[3; -2]$ a $C[1; -1]$. _____
Přímky AB a BC jsou na sebe kolmé.

A) $\langle -7; -5 \rangle$

B) $\langle -5; -2 \rangle$

C) $\langle -2; 1 \rangle$

D) $\langle 1; 3 \rangle$

E) $\langle 3; 6 \rangle$

F) v žádném z uvedených intervalů

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
